



DCP098

Fundamentos para Avaliação Quantitativa de Políticas Públicas

Teste t de diferença entre médias.

Aula 22
13 de junho de 2022

Ana Paula Karruz

Agenda desta aula e da seguintes

1. **Teste t de diferença entre médias**
2. Variável dummy
3. Interação

Teste t de diferença de médias apura se dois grupos diferem em relação a um atributo (variável)

Testes t de diferença de médias podem assumir duas configurações:

- **Teste pareado:** compara a média da variável de interesse entre duas observações das mesmas unidades (e.g., pressão arterial antes e depois do uso de um medicamento)
- **Teste não pareado:** compara a média da variável de interesse entre duas amostras compostas por unidades diferentes (e.g., pressão arterial de Atleticanos e Cruzeirenses)
 - Assunção de variâncias desiguais
 - Assunção de variâncias iguais

Teste t de diferença de médias: PAREADO

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$t = \frac{m}{s / \sqrt{n}}$$

onde,

- m = média das diferenças
- s = desvio padrão das diferenças
- n = tamanho da amostra

Podemos computar o p-valor correspondente ao valor absoluto da estatística t ($|t|$) para os graus de liberdade (degrees of freedom = df)

- $df = n - 1$

Teste t de diferença de médias: PAREADO

A blue circular logo with a white capital letter 'R' inside, representing the R programming language.

```
> # Executa teste t de diferenca de medias:
> # t.test(Y[Dum==1], Y[Dum==0], paired = FALSE, var.equal = FALSE) # esta eh a configuracao default
do teste
> l = t.test(womenlabor$wlfp[womenlabor$d90==1],
+           womenlabor$wlfp[womenlabor$d90==0],
+           paired = TRUE)
> l

      Paired t-test

data:  womenlabor$wlfp[womenlabor$d90 == 1] and womenlabor$wlfp[womenlabor$d90 == 0]
t = 35.478, df = 49, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 6.801606 7.618394
sample estimates:
mean of the differences
      7.21

> l$stderr
[1] 0.203224

> # Executa teste t pareado "manualmente":
> summary(dados$diff)
   Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
 2.800  6.250   7.100   7.210   7.675  10.000
> var(dados$diff)
[1] 2.065
>
> m = mean(dados$diff)
> v = var(dados$diff)
> s = v^0.5
> r = 50^0.5
> d = s/r
> d
[1] 0.203224
> t_stat = m/d
> t_stat
[1] 35.47809
```

Equivalências entre MQO e teste t de diferença de médias: PAREADO

Um modelo **MQO nulo** (i.e., **sem variáveis explicativas**) tendo como variável dependente as **diferenças pareadas** produz erro padrão e estatística t do intercepto **equivalentes** ao erro padrão $(\frac{s}{\sqrt{n}})$ e estatística t produzidos por um **teste t pareado**.

Equivalências entre MQO e teste t de diferença de médias: PAREADO

R

```
> # Carrega dados sobre participacao das mulheres no
mercado de trabalho para comparar test t pareado e modelo
nulo
> #####
> womenlabor = read.table("womenlabor.csv", header=T,
dec=".", sep = ";")
> colnames(womenlabor)
[1] "wlfsp"      "yf"         "ym"         "educ"       "ue"         "mr"
"dr"         "urb"        "wh"         "d90"        "stateid"
> dim(womenlabor)
[1] 100  11

> # Calcula as diferenças pareadas (i.e., dentro de cada
estado)
> dados = womenlabor[,c("wlfsp", "stateid", "d90")]
> dados = reshape(dados, idvar = "stateid", timevar =
"d90", direction = "wide")
> colnames(dados)
[1] "stateid" "wlfsp.0"  "wlfsp.1"
> dados$diff = dados$wlfsp.1 - dados$wlfsp.0

> reg_diff = lm(diff ~ 1, data = dados)
> summary(reg_diff)
```

Call:

```
lm(formula = diff ~ 1, data = dados)
```

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-4.410	-0.960	-0.110	0.465	2.790

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	7.2100	0.2032	35.48	<2e-16 ***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 1.437 on 49 degrees of freedom

```
> # Executa teste t de diferenca de medias:
t.test(Y[Dum==1], Y[Dum==0], paired = FALSE, var.equal =
FALSE)
> 1 = t.test(womenlabor$wlfsp[womenlabor$d90==1],
+           womenlabor$wlfsp[womenlabor$d90==0],
+           paired = TRUE)
> 1
```

Paired t-test

data: womenlabor\$wlfsp[womenlabor\$d90 == 1] and

womenlabor\$wlfsp[womenlabor\$d90 == 0]

t = 35.478, df = 49, p-value < 2.2e-16

alternative hypothesis: true difference in means is not
equal to 0

95 percent confidence interval:

6.801606 7.618394

sample estimates:

mean of the differences

7.21

```
> 1$stderr
```

```
[1] 0.203224
```

Teste t de diferença de médias: NÃO PAREADO

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

Variâncias
desiguais:
Welch test

Conservative p-values can be obtained using the $t(k)$ distribution, with k equal to either the smaller n_1-1 and n_2-1 or the calculated degrees of freedom.

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

Variâncias
iguais

is used in the *pooled two-sample t statistic*

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

which has a $t(n_1 + n_2 - 2)$ distribution.

Teste t de diferença de médias: NÃO PAREADO

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

R

```
> # Carrega dados sobre carros
> dados <- as.data.frame(read_dta('auto.dta'))
> colnames(dados)
[1] "make"          "price"          "mpg"            "rep78"
"headroom"       "trunk"
[7] "weight"        "length"         "turn"
"displacement"   "gear_ratio"     "foreign"
> dim(dados)
[1] 74 12
> # (i) teste t de diferença de médias (não pareado): sem
assunção de variâncias iguais (teste Welch)
> # Executa teste t de diferença de médias: variâncias
desiguais
> # t.test(Y[Dum==1], Y[Dum==0], paired = FALSE, var.equal
= FALSE) # esta é a configuração default do teste
> l_desigual = t.test(dados$price[dados$foreign==1],
                      dados$price[dados$foreign==0],
                      paired = FALSE,
                      var.equal = FALSE)
> l_desigual
Welch Two Sample t-test

data: dados$price[dados$foreign == 1] and
dados$price[dados$foreign == 0]
t = 0.44296, df = 46.447, p-value = 0.6599
alternative hypothesis: true difference in means is not
equal to 0
95 percent confidence interval:
-1106.339 1730.856
sample estimates:
mean of x mean of y
 6384.682  6072.423
> l_desigual$stderr
[1] 704.9376
> d = 6384.682 - 6072.423
> d
[1] 312.259
> d/704.9376
[1] 0.4429598
```

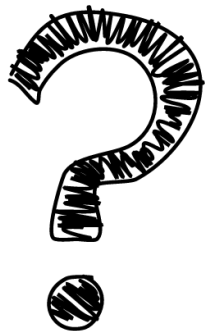
```
> # Executa teste t de diferença de médias (não pareado) .
com assunção de variâncias iguais
> # t.test(Y[Dum==1], Y[Dum==0], paired = FALSE, var.equal
= FALSE) # esta é a configuração default do teste
> l_igual = t.test(dados$price[dados$foreign==1],
                  dados$price[dados$foreign==0],
                  paired = FALSE,
                  var.equal = TRUE)
> l_igual
Two Sample t-test

data: dados$price[dados$foreign == 1] and
dados$price[dados$foreign == 0]
t = 0.41389, df = 72, p-value = 0.6802
alternative hypothesis: true difference in means is not
equal to 0
95 percent confidence interval:
-1191.708 1816.225
sample estimates:
mean of x mean of y
 6384.682  6072.423
> l_igual$stderr
[1] 754.4488
>
> d = 6384.682 - 6072.423
> d
[1] 312.259
> d/754.4488
[1] 0.4138902
```

Equivalências entre MQO e teste t de diferença de médias: NÃO PAREADO

Um modelo **MQO** produz erro padrão e estatística t da dummy correspondente ao grupo **equivalentes** ao erro padrão e estatística t produzidos por um **teste t não pareado** em que se assume **variância constante entre grupos**. Um modelo MQO com erros padrão robustos à heteroscedasticidade produz erro padrão e estatística t da dummy correspondente ao grupo **equivalentes ao teste de diferença de médias em se assume variância diferente entre grupos**.

Bailey (2016: 262)



Numa regressão, como incorporar a noção de pertencimento a grupos como variável explicativa?

R. Usando dummies.

Equivalências entre MQO e teste t de diferença de médias: NÃO PAREADO

R

```
> l_desigual = t.test(dados$price[dados$foreign==1],
  dados$price[dados$foreign==0],
  paired = FALSE,
  var.equal = FALSE)
> l_desigual
Welch Two Sample t-test

data: dados$price[dados$foreign == 1] and
dados$price[dados$foreign == 0]
t = 0.44296, df = 46.447, p-value = 0.6599
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -1106.339  1730.856
sample estimates:
mean of x mean of y
 6384.682  6072.423
> l_desigual$stderr
[1] 704.9376
> d = 6384.682 - 6072.423
> d
[1] 312.259

> l_igual = t.test(dados$price[dados$foreign==1],
  dados$price[dados$foreign==0],
  paired = FALSE,
  var.equal = TRUE)
> l_igual
Two Sample t-test

data: dados$price[dados$foreign == 1] and
dados$price[dados$foreign == 0]
t = 0.41389, df = 72, p-value = 0.6802
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -1191.708  1816.225
sample estimates:
mean of x mean of y
 6384.682  6072.423

> l_igual$stderr
[1] 754.4488
>
> d = 6384.682 - 6072.423
> d
[1] 312.259
```

```
> reg_regular = lm(price ~ foreign, data = dados)
> summary(reg_regular)

Call:
lm(formula = price ~ foreign, data = dados)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-2781.4 -1885.6 -1160.4   259.8  9833.6

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)   6072.4      411.4   14.762  <2e-16 ***
foreign        312.3       754.4    0.414    0.68
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 2966 on 72 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.002374, Adjusted R-squared:  -0.01148
F-statistic: 0.1713 on 1 and 72 DF,  p-value: 0.6802

> coeftest(reg_regular, vcov = vcovHC(reg_regular, type = "HC2"))

t test of coefficients:

              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)   6072.42     429.49   14.139  <2e-16 ***
foreign        312.26     704.94    0.443    0.6591
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```



DCP098

Fundamentos para Avaliação Quantitativa de Políticas Públicas

Teste t de diferença entre médias.

Aula 22
13 de junho de 2022

Ana Paula Karruz